

MĚŘENÍ RYCHLOSTI SVĚTLA

Měřicí potřeby

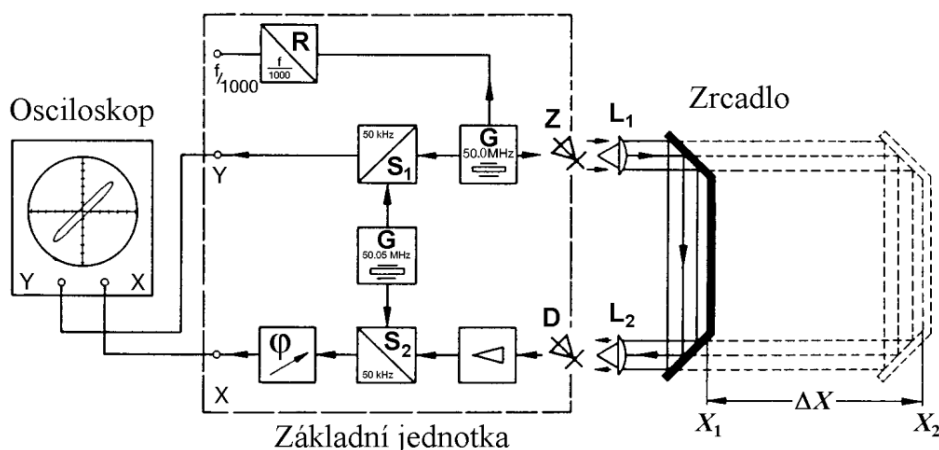
- 1) Základní jednotka se zdrojem a detektorem světla
- 2) Měřicí dráha s délkovou stupnicí
- 3) Dvojitě zrcadlo, dvě spojné čočky
- 4) Osciloskop, spojovací kabely
- 5) Blok syntetické pryskyřice
- 6) Trubice s vodou

Obecná část

Uspořádání experimentu

Jako zdroj světla **Z** je použita červená dioda LED modulovaná harmonickou frekvencí $50,00 \pm 0,05$ MHz. Spojná čočka **L**₁ vytvoří rovnoběžný svazek světla („paprsek“), pohybující se podél základny přístroje ve směru měřicí dráhy. Po odrazu na dvojitě zrcadle se vrací podél základny zpět a dopadá na detektor **D** umístěný v ohnisku druhé spojné čočky **L**₂.

Přijímaný signál má stejnou frekvenci jako signál vysílaný zdrojem, ale jinou fází, jako důsledek časového zpoždění na proběhnuté dráze. Mezi oběma signály tedy



Obr. 1 Uspořádání experimentu

vzniká určitý fázový rozdíl. Pro zobrazení na osciloskopu je jejich frekvence redukována na 50 kHz ve směšovačích **S**₁ a **S**₂ (je do nich přiveden kmitočet 50,05 MHz z pomocného generátoru **G**), přitom však nedochází ke změně fázového rozdílu signálů.

Vysílaný a přijímaný signál jsou přivedeny na vodorovné a svislé vychylovací destičky osciloskopu (**X** a **Y** vstup). Na obrazovce vzniká Lissajoussův obrazec – elipsa. Fázi přijímaného signálu lze ručně upravit fázovacím článkem **φ** a tím ovlivnit počáteční tvar elipsy.

Teoretické základy

Rovinné elektromagnetické vlnění (ve vakuu nebo ve vzduchu), vysílané ze zdroje ve směru osy x lze popsat vlnovou rovnicí:

$$u = A \sin(\omega t - kx)$$

Pro parametry vlnění – úhlovou frekvenci ω , úhlový vlnčet k , fázovou rychlost c , frekvenci f a vlnovou délku λ platí známé vztahy:

$$\omega = 2\pi f, \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad c = \lambda f.$$

Po proběhnutí dráhy délky l (ve směru osy x) bude mít přijímaná vlna tvar:

$$u = B \sin(\omega t - k(x+l)) = B \sin(\omega t - kx - kl)$$

Amplituda přijímaného vlnění může být menší v důsledku jeho absorpce a rozptylu, pro nás je však důležitější vzniklé fázové zpoždění (fázový rozdíl) φ mezi vlnou sledovanou v místě x a vlnou sledovanou v místě $x+l$:

$$\varphi = k \cdot l = \frac{2\pi f}{c} l = \frac{2\pi}{\lambda} l$$

Fázový rozdíl φ mezi oběma vlnami je tedy způsoben dráhou l , kterou nazýváme také dráhovým rozdílem dvou vln.

Pokud zavedeme na vstup **X** vodorovného vychylování osciloskopu signál úměrný vysílané vlně, bude výchylka stopy: $x = A \sin(\omega t)$

Výchylka ve svislém směru **Y** bude úměrná naopak signálu z detektoru:

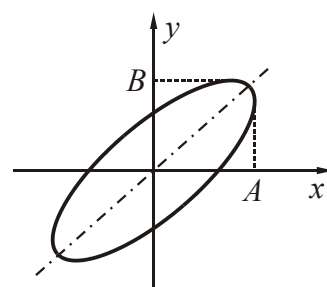
$$y = B \sin(\omega t + \varphi_1) \quad \text{pro polohu zrcadla } x_1$$

$$y = B \sin(\omega t + \varphi_2) \quad \text{pro polohu zrcadla } x_2$$

Fázové konstanty φ_1, φ_2 jsou dány zpožděním signálu ve vysílači, dráhou vlny, zpožděním signálu v detektoru, elektronických obvodech a také nastavením fázovacího článku.

Díky přiváděným signálům vznikne na obrazovce osciloskopu, jako výsledek skládání dvou kolmých kmitů stejné frekvence, obecná elipsa popsaná rovnicí (odvození viz např. učební texty základního kurzu fyziky FYA1):

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 - 2\frac{xy}{AB} \cos \varphi = \sin^2 \varphi$$



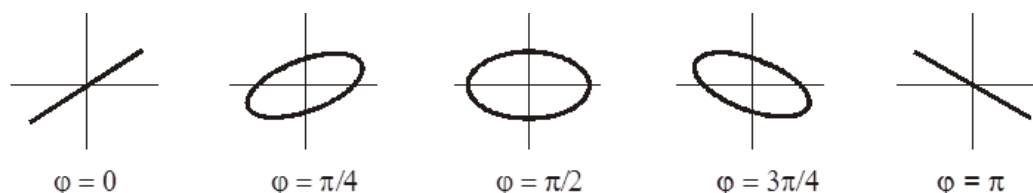
Obr. 2 Elipsa

Je vidět, že tvar elipsy závisí zejména na fázovém rozdílu kmitů φ a že hodnotu této veličiny lze z rovnice vypočítat po dosazení souřadnic libovolného bodu a amplitud.

Nejpřesněji lze ale stanovit hodnoty fázového rozdílu rovné libovolnému celistvému násobku čísla π , tedy vyhovující rovnici:

$$\varphi = \dots - 3\pi, -2\pi, -\pi, 0, +\pi, +2\pi, +3\pi, \dots = m\pi, \quad \text{kde } m \text{ je celé číslo.}$$

To je případ, kdy signály jsou buď ve fázi, nebo v protifázi a elipsa přechází v úsečku (jak se lze snadno přesvědčit dosazením za $\varphi = 0$ nebo π). Pro sudé m

Obr. 3 Tvar elipsy pro různý fázový posun φ

prochází úsečka kvadranty I. a III. a pro liché m kvadranty II. a IV. (viz obr. 3). Fázovací článek při měření nastavujeme tak, aby bylo $\varphi_1 = 0$. Pak je přijímaný signál Y pro zrcadlo v poloze x_1 ve fázi se signálem na vstupu X osciloskopu a na obrazovce máme úsečku procházející I. a III. kvadrantem.

Při posunutí zrcadla z polohy x_1 do polohy x_2 se prodlouží dráha vlny o hodnotu $2(x_2 - x_1) = 2\Delta x$. Všechny faktory, ovlivňující velikost φ_1 a φ_2 zůstávají s výjimkou dráhy vlny nezměněny. Proto musí být fázový rozdíl $\varphi_2 - \varphi_1$ dán pouze dráhovým rozdílem vlny $l = 2\Delta x$:

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega}{c} l = \frac{2\pi}{\lambda} 2\Delta x.$$

Mezi dvěma sousedními polohami přímek je vždy fázový rozdíl rovný číslu π . Tomu odpovídá příslušný dráhový rozdíl:

$$2\Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \varphi = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \pi = \frac{\lambda}{2}$$

Prodloužíme-li tedy dráhu přijímané vlny tak, aby úsečka na obrazovce změnila sklon (přešla z jedné dvojice protilehlých kvadrantů do dvojice sousední), bude tato změna délky dráhy právě rovna polovině vlnové délky. Vlnová délka pak bude dvojnásobkem změny délky dráhy: $\lambda = 2l = 4\Delta x$.

Změnu elipsy v přímku lze na obrazovce osciloskopu velmi dobře opticky detekovat, proto je možno uvedeným způsobem dosti přesně stanovit vlnovou délku elektromagnetického vlnění (v principu jakéhokoliv vlnění).

Ideální uspořádání experimentu by mělo umožnit proměření řady například dvaceti po sobě jdoucích výše popsanych poloh elipsy, abychom mohli výsledky zpracovat postupnou metodou (vytvořit deset dvojic měření, aritmetický průměr a směrodatnou chybu). Při použité frekvenci 50 MHz však vlnová délka činí:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{50 \times 10^6} = 6 \text{ m}$$

Potřebovali bychom tedy měřicí dráhu délky asi 30 metrů. V našem experimentálním uspořádání s dvacetkrát menší drahou můžeme proto změřit jen dvě takové polohy a pro zlepšení přesnosti lze provést pouze prosté opakování tohoto měření.

Jestliže současně změříme frekvenci použitého vlnění, můžeme jednoduše určit fázovou rychlost světla:

$$c = \lambda \cdot f = 4\Delta x \cdot f$$

(1)

Fázová rychlost světla (a jakéhokoliv elektromagnetického vlnění) je vždy menší v hmotném prostředí (voda, sklo, pryskyřice, ... i vzduch) než ve vakuu. Pro vzduch je tato odchylka zanedbatelná, řádu 0,02 %. Platí ale vždy, že $c_A \leq c$.

Protože frekvence vlnění zůstává zachována (je dána generátorem vysílače), musí se zmenšit vlnová délka (a poklesnout úhlový vlnocet). Všechny rovnice ovšem stále platí, to znamená, že zůstává v platnosti také výše uvedený vztah pro fázovou rychlost:

$$c_A = \lambda_A \cdot f = 4\Delta x_1 \cdot f$$

(indexem „A“ označujeme fázovou rychlost a vlnovou délku v prostředí A).

Vidíme jasně lineární vztah mezi vlnovou délkou a fázovou rychlostí (a fázovým i dráhovým rozdílem), pokles všech těchto veličin ve hmotném prostředí je proto vždy proporcionální.

Měření fázové rychlosti v hmotném prostředí by principiálně mohlo probíhat naprosto stejně jako ve vzduchu, je tu ovšem technická potíž vyplývající z „technologie“ měření: odrazná zrcadla by se musela pohybovat v měřeném prostředí, tj. v kapalině (to by ještě šlo), nebo v pevné látce (neproveditelné). Změníme proto mírně metodu měření: hmotné prostředí omezené délky l_A pouze přidáme do původní dráhy paprsku ve vzduchu. Úvahou pak dospějeme ke stanovení dvou konkrétních možností, dvou metod:

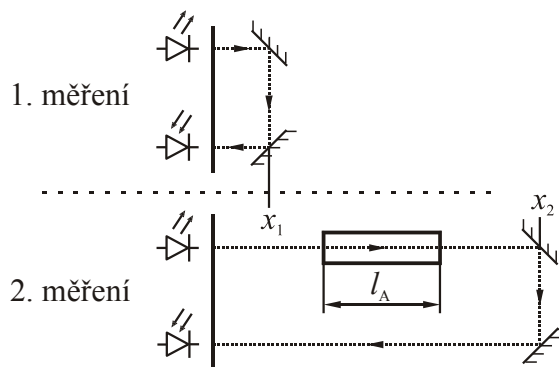
1. metoda

V poloze x_1 zrcadla (poblíž základní jednotky), když prochází paprsek pouze vzduchem, se nastaví fázovacím článkem na obrazovce přímka. Fázový rozdíl mezi vysílaným a přijímaným signálem tak bude roven nule: $\varphi_1 = 0$.

Pak posuneme zrcadlo více vpravo, do dráhy paprsku vsuneme měřené prostředí, a dále pokračujeme v posunu zrcadla do konečné polohy x_2 , ve které se

elipsa na obrazovce změní na opačně orientovanou přímku, tj. fázové zpoždění přijímaného signálu vzniklé na celkové dráze $2\Delta x$ bude rovno hodnotě π . Část této dráhy prochází světlo vzduchem, část měřenou látkou. Celkové fázové zpoždění vlny je proto součtem fázového zpoždění φ , vzniklého na dráze vlny vzduchem, a zpoždění φ_A , které vzniklo na dráze vlny v měřené látce. Platí tedy rovnice:

$$\varphi_{\text{celk}} = \varphi + \varphi_A = \frac{2\pi f}{c}(2\Delta x - l_A) + \frac{2\pi f}{c_A}l_A = \pi$$



Obr. 4 První metoda

Po úpravě pak dostaneme fázovou rychlost světla v měřeném prostředí:

$$c_A = \frac{2fcl_A}{c - 2f(2\Delta x - l_A)} = \frac{2fl_A}{1 - \frac{2f}{c}(2\Delta x - l_A)} \quad (2)$$

Dále stanovíme index lomu světla měřeného prostředí, který udává, kolikrát je rychlost světla v daném hmotném prostředí menší než ve vakuu (vzduchu):

$$n_A = \frac{c}{c_A} \quad (3)$$

Index lomu je bezrozměrná veličina a je vždy větší než jedna. Vztah (2) také můžeme s pomocí indexu lomu upravit na jednodušší tvar:

$$n_A = \frac{c}{c_A} = \frac{c - 2f(2\Delta x - l_A)}{2fl_A} = 1 + \frac{c - 4f\Delta x}{2fl_A} \quad (4)$$

Vztah (4) můžeme použít primárně pro zpracování výsledků, ze získaného indexu lomu pak vypočteme rychlost v daném prostředí c_A .

2. metoda

V této metodě necháme nejprve vlnu na části celkové dráhy procházet zkoumaným prostředím délky l_A a na zbylé dráze vzduchem. Zrcadlo se tedy nastaví do polohy x_1 tak, aby bylo možno vložit zkoumané prostředí. Fázovacím článkem „dorovnáme“ fázi vysílaného a přijímaného signálu tak, aby byla 0 nebo π , tj. nastavíme (libovolnou) přímku. Celkové fázové zpoždění vlny můžeme zapsat jako:

$$\varphi_1 = k_A \cdot l_A + k(2x_1 - l_A) + C,$$

kde do konstanty C můžeme zahrnout všechna zpoždění v obvodech vysílače a přijímače (a také zpoždění na dráze mezi zrcadly).

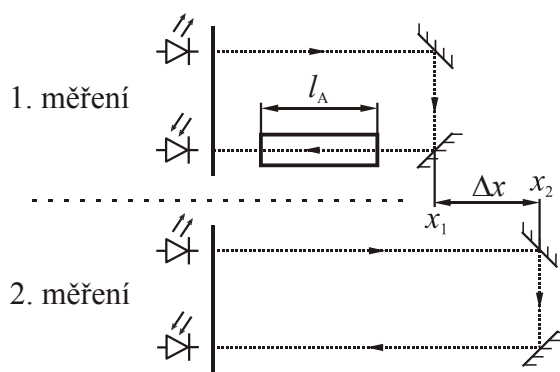
Pak vyjmeme zkoumané prostředí, čímž jej vlastně nahradíme stejně dlouhým úsekem vzduchu, takže první člen v rovnici se změní na $k \cdot l_A$. Celková fáze se změní, přímka na obrazovce přejde na obecnou elipsu. Nyní posuneme zrcadlo do polohy x_2 , abychom tuto změnu fáze opět vrátili (vykompenzovali) na původní hodnotu – tj. nastavíme původní polohu přímky. Fáze v této nové poloze bude:

$$\varphi_2 = k2x_2 + C.$$

Obě fázová zpoždění jsou si rovna, $\varphi_1 = \varphi_2$, takže:

$$k_A \cdot l_A + k(2x_1 - l_A) + C = k2x_2 + C$$

Po úpravě a dosazení za úhlové vlnočty dostaneme:



Obr. 5 Druhá metoda

$$\frac{2\pi f}{c_A} l_A = \frac{2\pi f}{c} (2\Delta x + l_A) .$$

Z rovnice pak můžeme získat vztah pro index lomu zkoumaného prostředí:

$$n_A = \frac{c}{c_A} = \frac{l_A + 2\Delta x}{l_A} = 1 + \frac{2\Delta x}{l_A}$$

Hledanou rychlost světla ve zkoumaném prostředí c_A určíme z indexu lomu. Na rozdíl od první metody nepotřebujeme ke stanovení indexu lomu znát ani rychlost světla ve vakuu, ani frekvenci.

Při měření zjistíme, že Δx je kladné – je potřeba delší dráhy abychom vykompenzovali změnu fáze po vyjmutí zkoumaného prostředí. Je to důsledek větší fázové rychlosti světla ve vzduchu. Ze vztahu vidíme přímo, že index lomu je vždy větší než 1 (Δx je kladné). Toto měření je příkladem kompenzační metody – změnu fáze vlnění neznámé fázové rychlosti vykompenzujeme stejnou změnou fáze vlnění o známé fázové rychlosti.

Pro stanovení chyby výsledků musíme standardním způsobem zjistit chyby měření vstupních veličin (u každé jde o součet přístrojové chyby měřidla, statistické chyby a případně chyby metody). Manuál čítače, kterým byla změřena frekvence, udává chybu $\pm 0,05$ MHz. Při měření dráhového rozdílu Δx si všimneme dělení délkové stupnice a pro odhad statistické chyby rozdílu Δx můžeme měření vícekrát opakovat. Chybu metody zde výrazně ovlivňuje kvalita zobrazení elipsy na osciloskopu a je obtížné ji nějak vyčíslit.

Měření

Zapněte základní jednotku a osciloskop. S čočkami a šrouby zrcátek nehýbejte, jejich poloha se obtížně a zdlouhavě nastavuje. I když je optická soustava dobře seřizena, je paprsek rozbíhavý a tak signál detektoru se zvětšováním vzdálenosti zrcadla rychle slábne. Důvodem jsou různé nedokonalosti optických prvků a zejména to, že zdroj světla není dokonale bodový. Aby měla elipsa při změnách polohy zrcadla stále stejnou velikost, zasouváme proto mezi čočku L_2 a detektor **D** clonku z kartónu a tak si regulujeme výšku elipsy na obrazovce. Šlo by to pochatelně provést i přepínáním citlivosti **Y** zesilovače osciloskopu, nicméně přitom se v zesilovači mění fáze signálu a to by nám zkreslilo měření. Pro zobrazení Lissajoussova obrazce je nutné mít osciloskop přepnut do režimu XY (na přepínači časové základny).

Při měření použijte poznatky z kapitoly „Obecná část“ s přihlédnutím k těmto bodům:

- u měření rychlosti světla ve vzduchu a u 1. metody volte polohu x_1 blízko počátku délkové stupnice (max. 3 cm)
- u druhé metody vložte měřené prostředí do dráhy paprsku tak, aby dvojitě zrcadlo v poloze x_1 bylo co nejbližší základní jednotce

- zrcadlo posunujte pomalu, udržujte jej v kontaktu s boční stěnou dráhy a nezapomeňte upravovat podle potřeby výšku elipsy pomocí kartónové clony
- je-li požadován výpočet chyby měření, opakujte měření desetkrát, pokaždé s mírně odlišnou počáteční polohou zrcadla
- u měření s blokem pryskyřice (hmotné prostředí) nezapomeňte změřit jeho délku l_A a určit její chybu. Délka vodního prostředí je již změřena: 1000 ± 1 mm.
- blok pryskyřice vkládejte do dráhy jen jednoho paprsku (velký útlum)

Pracovní úkol

- 1) Proved'te měření rychlosti světla ve vzduchu (jednou).
- 2) Změřte rychlost světla v kapalině i v pryskyřici. Užijte metod měření podle pokynu vyučujícího. U jednoho vybraného prostředí budete počítat chybu měření. Zde proved'te měření desetkrát.
- 3) Zjistěte si všechny potřebné další údaje pro výpočet této chyby. Při výpočtu rychlosti světla v prostředí použijte přesnou tabulkovou hodnotu rychlosti světla ve vakuu (pak můžete její chybu zanedbat).
- 4) U vybraného prostředí, kde jste měřili desetkrát, stanovte výslednou chybu rychlosti světla. Pro její stanovení je nutno použít postup uvedený v kapitole „Chyba nepřímě měřené veličiny“ na str. 17 skript Fyzikální praktikum. Můžete také nahlédnout do doplňujících informací (na webu pod návodem k úloze).
- 5) Výsledky запиšte standardně (viz str. 19 skript, kapitola „E. Konečný tvar výsledku měření“), porovnejte s tabulkovými hodnotami.

