

FRAUNHOFEŘOVŮ OHYB NA ŠTĚRBINĚ

Obecná část

Při dopadu rovinné monochromatické vlny na štěrbinu dochází k tzv. ohybovému jevu. Jev vysvětlujeme pomocí Huygensova principu, kdy se každý bod štěrbinu stává zdrojem vlnění, které se šíří všemi směry a interferenčně se skládá s vlnami z ostatních bodů. Za úzkou obdélníkovou štěrbinou (na obr.1 je nakreslena v řezu) díky tomu vzniká zcela nová vlnová fronta, s proměnou intenzitou závislou na úhlu α . Body roviny, které vymezuje štěrbinu, chápeme jako elementární zdroje vlnění vysílající vlnění všemi směry. Zde pojednáme o tzv. Fraunhoferově ohybu, který se počítá ve velké vzdálenosti od štěrbinu.

Rovinu štěrbinu rozdělíme na n úzkých obdélníkových elementárních zdrojů. Ve směru P_0 , kolmém k rovině štěrbinu, jsou všechny zdroje ve fázi, a proto výsledná amplituda vlnění $A(P_0)$ ve směru P_0 je rovna

$$A(P_0) = n \cdot A, \quad (1)$$

kde A je amplituda vlnění elementárního zdroje. V jiném směru P nejsou již jednotlivé vlny ve fázi, ale mají jistý fázový rozdíl. Vlnění vycházející z bodu B ve směru P má proti vlně vycházející z bodu A dráhový rozdíl $\delta = d \cdot \sin \alpha$. Dvě vlny ze sousedních elementárních zdrojů pak budou mít dráhový rozdíl:

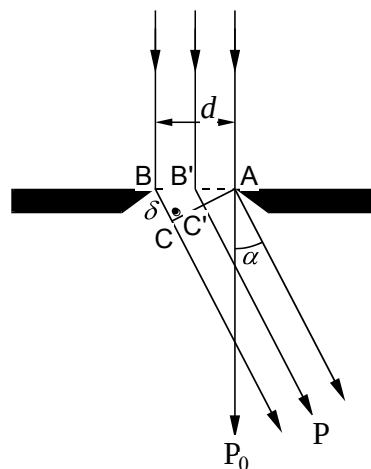
$$\frac{\delta}{n} = \frac{d \cdot \sin \alpha}{n}. \quad (2)$$

To odpovídá fázovému rozdílu (v radiánech):

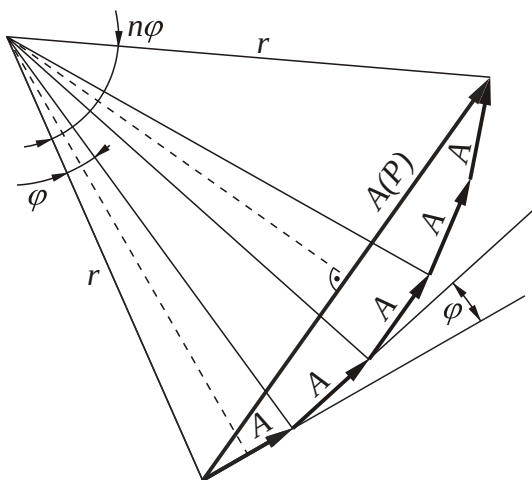
$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\delta}{n} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d \cdot \sin \alpha}{n}, \quad (3)$$

kde λ je vlnová délka záření laseru (632,8 nm). Celková amplituda ve směru P je dána vektorovým součtem fázorů jednotlivých elementárních vln (viz obr. 2):

$$A(P) = 2r \cdot \sin \frac{n\varphi}{2} = A \frac{\sin \frac{n\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}, \quad (4)$$



Obr. 1 Ohyb světla na štěrbině
AB – štěrbinu, d – šířka štěrbinu,
 α – úhel ohybu, δ – dráhové zpoždění mezi krajními paprsky



Obr. 2 Vektorový součet amplitud

$$\text{kde } r = \frac{A}{2 \sin \frac{\varphi}{2}} . \quad (5)$$

Vztahy (1) a (4) použijeme pro výpočet poměru intenzit v obecném a přímém směru. Platí:

$$\frac{A(P)}{A(P_0)} = \frac{\sin \frac{n\varphi}{2}}{n \sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{\sin \frac{\pi d \cdot \sin \alpha}{\lambda}}{n \sin \frac{\pi d \cdot \sin \alpha}{n \lambda}} .$$

Štěrbinu dělíme na nekonečně malé zdroje, proto přejdeme k limitě:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{\pi d \cdot \sin \alpha}{n \lambda} = \frac{\pi d \cdot \sin \alpha}{\lambda} .$$

Potom:

$$A(P) = A(P_0) \frac{\sin \frac{\pi d \cdot \sin \alpha}{\lambda}}{\frac{\pi d \cdot \sin \alpha}{\lambda}} = A(P_0) \frac{\sin u}{u} , \text{ kde } u = \frac{\pi d \cdot \sin \alpha}{\lambda} . \quad (6)$$

Protože intenzita vlny je úměrná kvadrátu amplitudy, platí:

$$I(P) = I(P_0) \frac{\sin^2 u}{u^2} , \quad (7)$$

kde $I(P_0)$ je intenzita ve směru P_0 . Z rozboru této závislosti vyplývá, že minimum intenzity pozorujeme ve směrech daných vztahem

$$\sin \alpha = k \frac{\lambda}{d} , \quad (8)$$

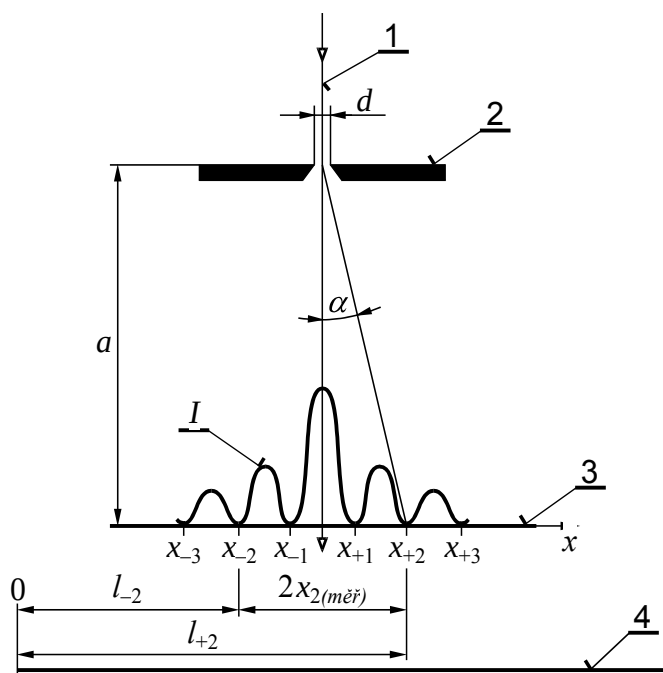
kde $k = \pm 1, \pm 2, \dots$. Maximální intenzita je dána podmínkou $\sin u = u$. Tu musíme řešit numericky a tak dostaneme podmínky pro maxima:

$$\begin{aligned} (\sin \alpha)_0 &= 0 & (\sin \alpha)_{\pm 3} &= \pm 3,4708895 \frac{\lambda}{d} \\ (\sin \alpha)_{\pm 1} &= \pm 1,4302967 \frac{\lambda}{d} & (\sin \alpha)_{\pm 4} &= \pm 4,477400 \frac{\lambda}{d} \\ (\sin \alpha)_{\pm 2} &= \pm 2,4590241 \frac{\lambda}{d} & (\sin \alpha)_{\pm 5} &= \pm 5,481536 \frac{\lambda}{d} \end{aligned} \quad (9)$$

Z řešení je vidět, že při ohybovém jevu vzniknou na stínítku světlé proužky (maxima) oddělené minimy intenzity záření, pro něž platí:

$$\sin \alpha = k \frac{\lambda}{d} = s_k , \quad (10)$$

kde λ je vlnová délka dopadajícího světla, α je úhel, pod kterým pozorujeme minimum a $k = \pm 1, \pm 2, \dots$. Za předpokladu, že difrakční obraz je symetrický



Obr. 3 Průběh intenzity I na stínítku při ohybovém jevu. (kótování provedeno pro $k = \pm 2$)

1 – paprsek laseru, 2 – štěrba, 3 – stínítko,
4 – stupnice, a – vzdálenost štěrby od stínítka

vzhledem k přímému paprsku ($x_{+k} = x_{-k} = x_k$), můžeme určit polohu minima x_k na stínítku měřením souřadnic l_{+k} a l_{-k} (viz obr. 3). Potom platí:

$$x_{k(\text{měř})} = \frac{l_{+k} - l_{-k}}{2}. \quad (11)$$

Můžeme také umístit nulu stupnice do hlavního maxima a odměřit polohy minim přímo.

Teoretickou polohu minima x_k lze stanovit výpočtem ze vztahu:

$$x_k = a \cdot \tan \alpha = a \cdot \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{a \cdot s_k}{\sqrt{1 - s_k^2}}, \quad (12)$$

kde za $\sin \alpha$ je dosazeno z (10) a a je vzdálenost štěrby od stínítka.

Teoretická hodnota vypočtená ze vztahu (12) má svoji chybu – je totiž funkcí několika veličin, z nichž každá přispívá svojí chybou k chybě

výsledné. Výslednou chybu musíme tedy stanovit podle věty o přenosu chyby (kap. „Chyby měření“, odst. C):

$$\delta x_k = \sqrt{\left(\frac{\partial x_k}{\partial a} \delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial x_k}{\partial s_k} \delta s_k\right)^2} = \sqrt{\frac{s_k^2}{1 - s_k^2} (\delta a)^2 + \frac{a^2}{(1 - s_k^2)^3} (\delta s_k)^2}, \quad (13)$$

kde δs_k je absolutní chyba veličiny s_k a δa je chyba v určení vzdálenosti štěrby od stínítka. Chybu δs_k určíme opět podle věty o přenosu chyby jako:

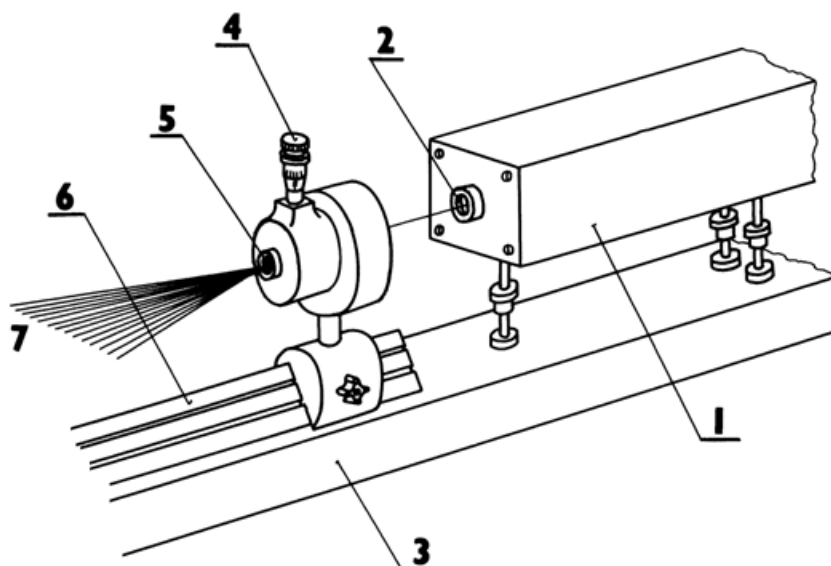
$$\xi s_k = \sqrt{(\xi \lambda)^2 + (\xi d)^2}, \quad \delta s_k = s_k \cdot \xi s_k \quad (14)$$

Relativní chyba vlnové délky laseru $\xi \lambda$ je ve srovnání s relativní chybou šířky štěrby ξd nepatrná, takže prakticky $\xi s_k \approx \xi d$. Podrobnější informace týkající se chyb měření najdete v úvodní části skript v kapitole „Chyby měření“.

Vztah (12) lze považovat za experimentálně potvrzený, jestliže souhlasí $x_{k(\text{měř})}$ s x_k vypočteným v rámci chyb měření (pravidlo 2σ).

Měření

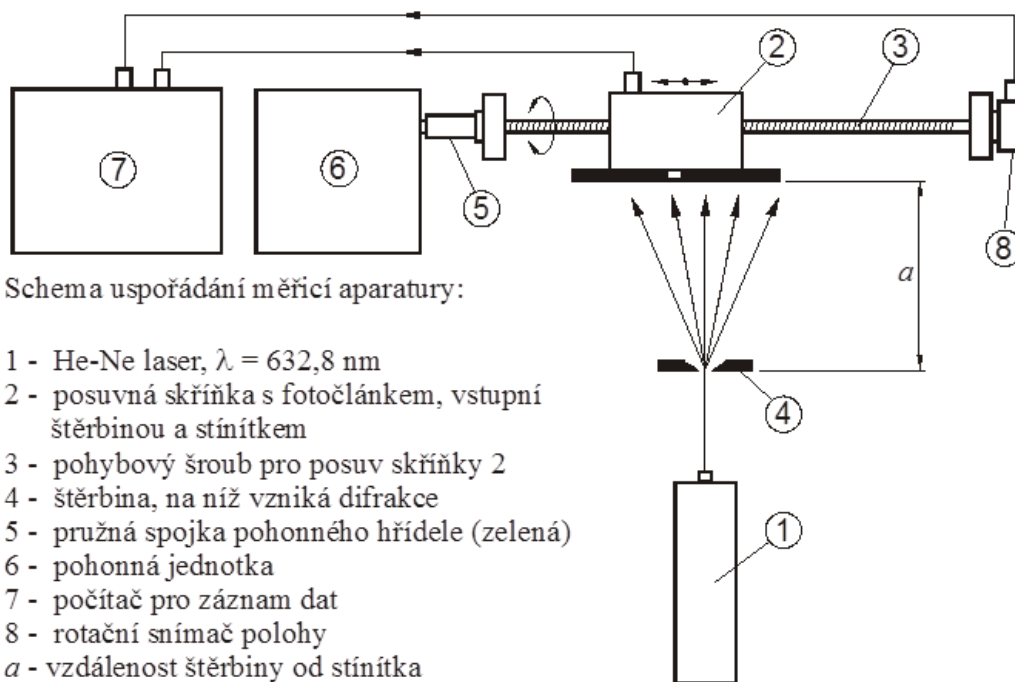
Zdrojem monochromatického záření je helium-neonový laser pracující na vlnové délce $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ (obr.4). Laser je napájen vysokým napětím ze zdroje, který se



Obr. 4

1 – laser, 2 – výstup laseru, 3 – nosník zařízení, 4 – mikrometrický šroub, 5 – štěrba, 6 – optická lavice, 7 – difraktované paprsky

uveďte do chodu zasunutím vidlice do zásuvky. Výstupní paprsek laseru nesmí dopadat přímo do oka. Expozice po dobu řádově několik desetin sekundy může způsobit poškození sítnice oka. Štěrbina má plynule nastavitelnou šířku pomocí



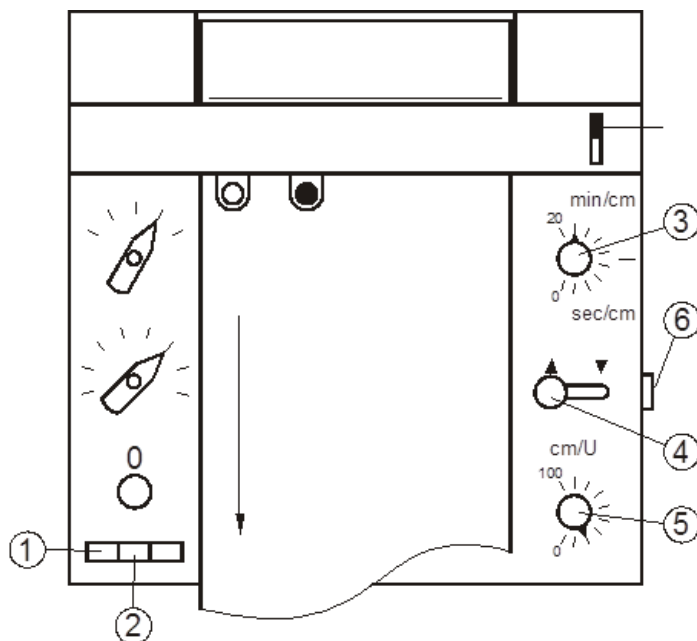
Obr. 5

mikrometrického šroubu **4** s dělením stupnice po 0,01 mm.

Platnost vztahů (7) a (12) prověříme na zařízení, schematicky znázorněném na obr. 5. Do stínítka je zabudován posuvný fotočlánek (polovodičová fotodioda), jímž lze proměřit intenzitu světla I ve všech bodech osy x . Proud fotočlátku je přímo úměrný intenzitě světla a je registrován počítačem. Nadále budeme tedy intenzitu světla zapisovat jako proud fotočlátku v $[\mu A]$. Bývalý zapisovač **6** je využit jako pohon pro posuv skřínky s fotočlánkem. Přineste si na měření USB flash disk pro uložení naměřených dat. Jako $I'(P)$ budeme označovat naměřenou intenzitu (proud) ve směru P . Od změřených hodnot intenzit ale musíme vždy odečíst intenzitu I'' , kterou změříme při zacloněném laserovém paprsku. Ta pochází od denního světla, které nelze zcela odstínit (tzv. pozadí). Skutečnou intenzitu ve směru P tedy dostaneme jako $I(P) = I'(P) - I''$. Z hodnot očištěných od vlivu denního světla pak spočítáme pro každé maximum experimentální poměr $I(P)/I(P_0)$ a dále podle vztahu (7) poměr teoretický. Obě hodnoty by v rozumných mezích měly souhlasit. Chybu změřené intenzity je poměrně obtížné určit, protože závisí na mnoha faktorech (např. kolísání intenzity světla laseru během měření, stabilita měřicí elektroniky, atd.).

Postup:

- 1) Zapněte počítač, program se spustí sám, vložte jméno souboru pro ukládání dat. Nejlépe vaše jméno. Pak zapněte laser a nastavte šířku štěrbinu d a vzdálenost a štěrbinu od stínítka podle pokynů vyučujícího.
- 2) Na pohonné jednotce (viz obr. 6) zkontrolujte, zda jsou knoflíky **3** a **5** v pozici označené černou tečkou. Spojku **4** dejte do střední polohy – volnoběh. Při manipulaci se spojkou je třeba knoflík mírně stlačit.



Obr. 6 Pohonná jednotka

- 3) Zapněte pohonnou jednotku tlačítkem **1**. (Upozornění: Posuv fotočlátku je opatřen koncovými spínači, které při dojezdu do krajních poloh odpojí napájení pohonné jednotky. Pokud tato situace nastane, je třeba zařadit neutrál (spojkou

- 4) a ručně – otáčením hřídele **6** (zelená pružná spojka), posunout fotočlánek tak, aby došlo k obnovení napájení.)
- 4) Otáčením hřídele **6** (zelená pružná spojka) posuňte fotočlánek do pozice, kde chcete začít měření a spojku **4** posuňte podle požadovaného směru posuvu fotočlánu doprava či doleva (směr vyznačen fixem u spojky). Stoupání pohybového šroubu je 1 mm, takže při jedné otáčce hřídele se fotočlánek posune o 1 mm. Vyzkoušejte posuv spínačem **2** a zkontrolujte zda se fotočlánek posouvá požadovaným směrem. Pak posuv zase vypněte.
 - 5) Zakryjte zařízení černou látkou.
 - 6) Klávesou **F1** zvolte režim „Měření“ a řiďte se instrukcemi na monitoru. Rozsahy se během měření přepínají automaticky (uvidíte skoky v zobrazovaném průběhu).
 - 7) Po zaznamenání požadovaného průběhu zastavte pohon a přejděte do hlavního menu (klávesou **Esc**).
 - 8) Přejděte do režimu „Diagnostika – fotosenzor“ (klávesa **F4**), zakryjte rukou výstupní otvor laseru a запиšte si proud I' způsobený denním světlem (pozadí).
 - 9) Hlavní hodnoty (viz *Pracovní úkol*) získáte v režimu „Prohlížení naměřených dat“ (klávesa **F2**). Lze odečítat polohu v [mm] a proud fotočlánu [μA]. Svislá zelená linka ukazuje aktuální pozici v naměřené závislosti.
- Klávesy:*
- | | |
|-------------------------------|---|
| ↑ ↓ | mění svislé rozlišení naměřeného průběhu (osa Y) |
| → ← | posuv po 0,02 mm v ose X |
| Ctrl +→ Ctrl +← | posuv po 0,4 mm v ose X |
| Enter | přiřadí hodnotu 0,00 mm aktuální pozici; nulu přiřadíte pečlivě maximu nultého řádu |
| Esc | zpět do hlavního menu |
- 10) Po návratu do hlavního menu si uložte (klávesou **F3**) naměřený průběh pro domácí zpracování v tabulkovém procesoru. Soubory jsou ukládány do C:\DATA pod jménem, které jste zadali při spuštění programu. Ke jménu je automaticky připojeno pořadové číslo. Při ukládání souboru si jeho název pro jistotu opište ze stavového řádku.
 - 11) Nakonec opusťte program klávesou **F10**.
 - 12) Po spuštění Windows98 si uložený soubor nakopírujte na USB médium. Formát souboru je textový – levý sloupec je poloha [mm], pravý sloupec je proud [μA]. Oddělovač sloupců je mezera. Data naimportujte doma např. do Excelu a průběh zobrazte v referátu. Naměřených hodnot je velké množství, takže je třeba vypnout zobrazení značek a zapnout spojování bodů úsečkami (aby graf vypadal uspokojivě). Svislou osu je vhodné roztáhnout tak, aby byla dobře zobrazena vedlejší maxima.
 - 13) Nezapomeňte si poznamenat (změřit s pomocí vyučujícího) vzdálenost šterbina-fotočlánu.

Pracovní úkol

- 1) Změřte průběh intenzity světla při ohybu na štěrbíně pro šířku šterbiny a vzdálenost od stínítka dle zadání od vyučujícího.
- 2) Stanovte pozadí I'' od denního světla.
- 3) Odečtěte ze záznamu v programu intenzity (= proudy) pro nulté maximum a další maxima po obou stranách až do řádu pět. Pro zápis hodnot použijte tabulku 1.
- 4) Odečtěte ze záznamu polohy maxim a minim až do řádu pět. Pro zápis použijte tabulku 2.
- 5) Data uložte a nakopírujte na USB disk, zjistěte si potřebné přístrojové chyby použitých měřidel pro vypracování úkolu 9).
- 6) Vypočtěte (již doma) teoretický poměr intenzit podle vztahu (7) a porovnejte v tabulce 1 s naměřeným poměrem.
- 7) Změřené polohy maxim a minim porovnejte v tabulce 2 s teoretickými hodnotami vypočtenými podle vztahů (8) až (12).
- 8) Z uložených dat sestrojte graf průběhu proudu fotočlánku v závislosti na poloze na stínítku x .
- 9) Pomocí vztahů (13) a (14) spočtěte chybu jednoho vybraného teoretického minima z tabulky 2.

Tabulka 1

Řád Maxima	$d = \dots [\text{mm}]$		$a = \dots [\text{m}]$	$I'' = \dots$
	$I'(P)$	$I(P)$	$\left[\frac{I(P)}{I(P_0)} \right]_{\text{měř}}$	$\left[\frac{I(P)}{I(P_0)} \right]_{\text{vyp}}$
−5				
:				
−1				
0				
+1				
:				
+5				

Tabulka 2

číslo maxima/minima	$d = \dots [\text{mm}]$		$a = \dots [\text{m}]$	
	$x_{\min}(\text{měř.})$	$x_{\min}(\text{vyp.})$	$x_{\max}(\text{měř.})$	$x_{\max}(\text{vyp.})$
−5				
:				
−1				
+1				
:				
+5				