

STUDIUM JEVŮ GEOMETRICKÉ A VLNOVÉ OPTIKY POMOCÍ CENTIMETROVÝCH VLN

Měřicí potřeby:

- 1) mikrovlnný oscilátor s vysílací trychtýřovou anténou
- 2) napájecí zdroj pro oscilátor
- 3) přijímací anténa
- 4) polovodičová dioda jako detektor
- 5) voltmetr
- 6) příslušenství pro měření odrazu, lomu, interference atd.

Obecná část:

Zákon **odrazu** a zákon **lomu** (Snellův) patří k základním zákonům geometrické (paprskové) optiky. Oba lze odvodit z Fermatova principu: *Světlo se šíří z jednoho bodu prostoru do druhého po takové dráze, aby doba potřebná k jejímu proběhnutí byla extrémní – buď kratší nebo delší než u jakékoli sousední dráhy.*

Dopadá-li paprsek na rozhraní dvou prostředí, dělí se na paprsek odražený a paprsek lomený (prošlý). Mezi úhlem dopadu α a úhlem odrazu α' resp. úhlem lomu β platí vztahy:

$$\alpha = \alpha' \quad (\text{zákon odrazu}), \quad (1)$$

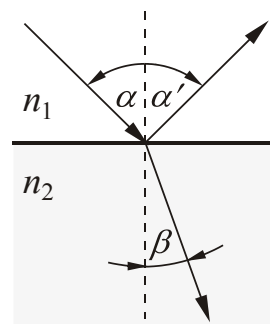
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} \quad (\text{zákon lomu}), \quad (2)$$

kde n_i je index lomu prostředí definovaný jako poměr rychlosti šíření světla ve vakuu a rychlosti šíření v daném prostředí c_i . (Často je jedním prostředím vzduch, pro který $n \doteq 1$)

Některé optické jevy ale nelze vysvětlit v rámci geometrické optiky, která je založena na nezávislosti paprsků. Mezi nejznámější patří **ohyb** a **interference**. K jejich vysvětlení je potřeba obecnější, vlnové teorie, kterou zavedl Ch. Huygens v roce 1678. Světlo se šíří ve formě vln, které se ve vakuu pohybují konstantní rychlostí $c_0 \doteq 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ a které jsou matematicky popsány reálnou funkcí $u(r,t)$ nazývanou vlnová funkce. Velmi často se pro popis používá harmonická rovinná vlna. V jednorozměrném případě (např. šíření vln podél osy x) ji lze zapsat jako $u(x,t) = A \cdot \cos(2\pi f(t \pm x/c) + \varphi)$, kde A je amplituda vlny, f je frekvence, c je rychlost šíření vln a φ je počáteční fáze. Vlnová délka takovéto vlny je pak

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT, \text{ kde } T \text{ je perioda.}$$

Skládáním dvou či více vln pak může dojít k výše uvedeným jevům, kdy intenzita světla není prostým součtem intenzit jednotlivých vln, ale závisí na

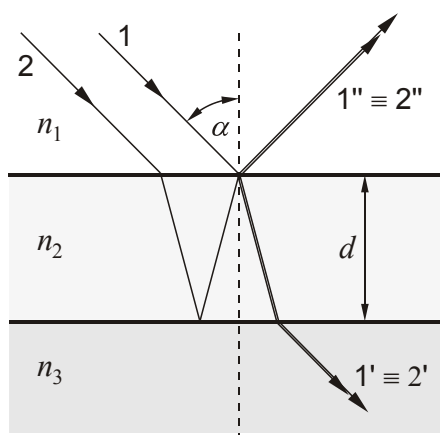


Obr. 1 Odraz a lom
pro případ $n_2 > n_1$

rozdílu fází jednotlivých vln a vykazuje typické střídání maxim a minim. Aby byly tyto jevy pozorovatelné (tj. časově stálé), je třeba aby tento vzájemný fázový posun vln byl konstantní. Takové vlny označujeme jako **koherentní**.

Podmínku koherence snadno splníme při skládání vln, které pocházejí z jediného zdroje. Uvedme zde dva typické případy, které využívají odrazu vln:

1) Při dopadu vlnění na odraznou plochu vzniká vlnění odražené, které se skládá s vlněním dopadajícím za vzniku **stojatého vlnění**. To je charakterizováno existencí kmiten a uzlů, tedy míst, která kmitají s maximální resp. minimální amplitudou. Vzdálenost dvou sousedních kmiten (či uzlů) je rovna polovině vlnové délky.



Obr. 2 Interference na tenké vrstvě

2) Dopadá-li postupné vlnění o vlnové délce λ na tenkou vrstvu vhodného prostředí o tloušťce d , částečně se odráží a částečně prochází tenkou vrstvou (obr. 2). Intenzita odraženého vlnění je určena optickým dráhovým rozdílem δ paprsků $1''$ a $2''$:

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} \quad (3)$$

a poměry indexů lomu jednotlivých prostředí. Dopadá-li na tenkou vrstvu bílé světlo, jsou podmínky pro maxima resp. minima splněny pouze pro určité vlnové délky (barvy). (Takto vznikají např. barvy olejových skvrn na vodě, barvy na mýdlových bublinách atp.)

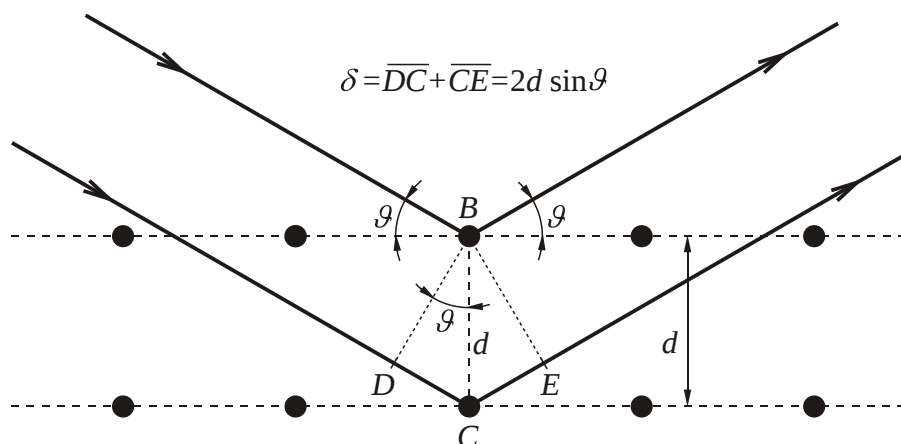
Všechny až dosud uvedené jevy jsou obvykle pozorovány při použití viditelného světla. To je ovšem úzký obor elektromagnetického vlnění o vlnových délkách přibližně od 400 nm do 760 nm. Přejdeme-li k Röntgenovu (RTG) záření, tedy k mnohem kratším vlnovým délkám (řádově angströmy, $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$), lze studovat jevy difrakce na krystalech pevných látek.

V krystalické mřížce jsou atomy pravidelně rozmístěny v rovnoběžných rovinách. Soustavu takovýchto rovin charakterizujeme mezirovinnou vzdáleností d a nazýváme ji osnovou atomových rovin. Dopadá-li záření o vlnové délce λ na krystal, pozorujeme maximum intenzity ve směrech, které jsou dány Braggovou rovnicí,

$$2d \sin \vartheta = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots \text{ celé}). \quad (4)$$

Úhel ϑ se nazývá *Braggův úhel* (jeho dvojnásobek *difrakční úhel*) a na rozdíl od optiky, kde se úhly měří od normály roviny rozhraní, udává odklon paprsků od roviny atomů (viz obr. 3). Vztah nám říká, že maximum intenzity nastane, když dráhový rozdíl paprsků δ odražených od sousedních rovin je roven celočíselnému násobku vlnových délek. Protože situace je analogická odrazu na rovinném

rozhraní, mluví se často (ne úplně správně) o „reflexi na atomových rovinách“



Obr. 3 K odvození Braggovy rovnice

nebo „Braggově reflexi“, i když fyzikálně se jedná o difrakční (ohybový) jev. Zesílené paprsky se nazývají maxima nebo reflexe. Číslo n se nazývá řád maxima (reflexe).

V každém typu krystalu můžeme najít více atomových rovin s různými vzdálenostmi d . Pokud takový krystal ozařujeme pod správnými úhly, dostaneme více reflexí. Více reflexí dostaneme také při ozařování polykrystalického materiálu obsahujícího velké množství náhodně orientovaných krystalků. Analýzou úhlů, při nichž došlo k reflexím, pak můžeme určit typ, velikost a další parametry krystalové mřížky. Studium a proměřování intenzity odraženého RTG záření je proto mocným nástrojem strukturní analýzy krystalických látek.

Měření

Všechny jevy geometrické a vlnové optiky popsané v obecné části budeme studovat pomocí centimetrových elektromagnetických vln. Znamená to pochopitelně, že použité vlnové délce musí svými rozměry odpovídat útvary, na kterých k těmto jevům dochází. Tenká vrstva v případě interference i mřížková konstanta v případě difrakce musí mít tedy řádově centimetrové rozměry. Jako zdroj centimetrových vln se používá tranzistorový oscilátor o výstupním výkonu asi 50 mW a frekvenci kolem 10 GHz. Napájení oscilátoru zajišťuje stejnosměrný zdroj o napětí 10 V, připojený přes konektor typu BNC. Oscilátor se uvede do chodu zapnutím zdroje (indikováno LED diodou).

Jako detektor použijeme mikrovlnou křemíkovou diodu 33NQ52. Jedna dioda je umístěna v trychtýřové přijímací anténě, druhá je připevněna na posuvném stojánku. Přijaté kmity dioda usměrní a jsou indikovány voltmetrem.

Měření provedeme v následujícím pořadí:

A. Měření vlnové délky pomocí stojatého vlnění

Plnou kovovou desku zasuneme do otvorů na **pravém okraji** základní desky. Táhlá, jež spojují tyče nesoucí trychtýřové antény, odpojíme. Tyč vysílací antény nastavíme ke značce 0° a tyč s přijímací anténou odkloníme, aby nepřekážela. Odrazem vlnění od kovové desky pod úhlem dopadu 0° (t.j. plocha desky je kolmá ke směru šíření vlnění) se vytvoří v prostoru mezi deskou a vysílací anténou stojaté vlny. Jako indikátor použijeme křemíkovou diodu na posuvném stojánku; její vývody připojíme k voltmetru. Pomalým posouváním stojánku s diodou hledáme polohy **minim** intenzity elektrického pole. Polohy odečítáme na měřítku, které je připevněno na základní desce. Neměříme v těsné blízkosti odrazné desky. Naměřené polohy zaznamenáme do tabulky a **postupnou metodou** (vysvětlena v kapitole „Měřicí metody“ na str. 10) vyhodnotíme vlnovou délku λ včetně chyby.

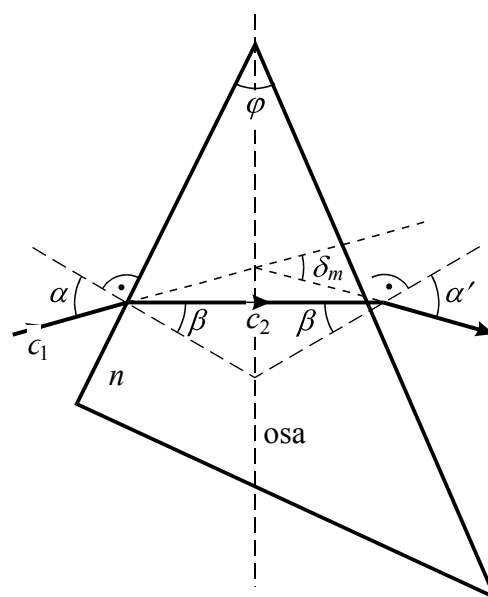
B. Zákon odrazu

Pro odraz vln použijeme opět kovovou desku, kterou přemístíme do otvorů ve středu úhломěrné stupnice. Trychtýřovou přijímací anténu připojíme k voltmetru a tyčí vysílací antény nastavíme jeden pevný úhel dopadu vlnění α (z intervalu 30° až 50°). Pak měříme závislost napětí U [mV] z přijímací antény na úhlu odrazu α' v rozmezí $20^\circ \div 70^\circ$ s krokem 5° . Úhel měříme od kolmice. Naměřenou závislost graficky zpracujeme.

C. Zákon lomu

Pro Snellův zákon lomu použijeme trojbokého hranolu. Rovinné stěny hranolu, na nichž nastává lom, se nazývají lámavé stěny a úhel φ , který svírají, se nazývá lámavý úhel. Na obrázku 4 je řez takovýmto hranolem.

Nejprve stanovíme velikost lámavého úhlu. Tento úhel je vyznačen ryskami na plexisklovém stojánku (vrchol úhlu je v otvoru). Postavíme tedy stojánek bez hranolu tak, aby jedno z ramen úhlu směřovalo k rysce 0° úhломěrné stupnice a odečteme úhel. Pro další měření pak usadíme hranol pomocí stojánku do středu úhломěrné stupnice tak, aby osa lámavého úhlu φ hranolu směřovala k rysce 90° na úhломěru. Paprsek, který se láme na obou lámavých stěnách, je po výstupu z hranolu odchýlen od původního směru o úhel δ . Úhel δ je nejmenší (pak se nazývá minimální deviace δ_m), prochází-li paprsek hranolem souměrně k oběma lámavým stěnám ($\alpha = \alpha'$). Index lomu hranolu je pak dán vztahem:



Obr. 4 Lom hranolem

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\varphi + \delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \quad (5)$$

Minimální deviaci můžeme změřit tak, že spřáhneme obě tyče nesoucí antény pomocnými táhly s posuvným jezdcem na střední vodící tyči. Pak za souměrného rozevírání obou tyčí hledáme polohu maximálního příjmu signálu. Pomocí úhlooměru stanovíme deviaci δ_m pro vzorec (5). Po stanovení indexu lomu n stanovíme pomocí vztahu (2) rychlost c_2 šíření elektromagnetických vln v materiálu, ze kterého je hranol vyroben. Jako rychlost šíření elektromagnetických vln ve vzduchu vezmeme $c_1 \cong 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$.

D. Interference na tenké vrstvě

Jev proměříme pomocí dvou destiček z plexiskla. Tenkou vrstvou bude vzduch mezi oběma destičkami ($n \cong 1$). Podmínkou maxima odraženého vlnění je potom

$$2d\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = k \cdot \lambda, \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (6)$$

kde d je vzdálenost destiček, λ je vlnová délka a α je úhel dopadu.

Jednu destičku umístíme do středu úhloměrné stupnice a druhou rovnoběžně za ní do pohyblivého držáku. Použijeme opět trychtýřovou přijímací anténu. Tyče jsou stále spřáhány táhly. Úhly dopadu a odrazu nastavíme asi na 30° (měřeno od kolmice). Postupným posouváním druhé destičky hledáme takovou její polohu, při níž v odraženém vlnění nastává maximum. Nalezneme-li alespoň dvě takové sousední polohy $x_1 < x_2$, pak dvojitým použitím vztahu (6) dostaneme:

$$2(x_2 - x_1)\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \lambda, \quad (7)$$

neboť v sousedních polohách se čísla k liší o jedničku. Vztah (7) nám umožňuje vypočíst vlnovou délku λ . Měření provedeme pokud možno pro několik sousedních poloh. Pokud nelze získat alespoň dvě polohy, zmenšíme úhel dopadu. Výsledek porovnáme s měřením podle bodu A.

E. Model krystalové mřížky

Model krystalové mřížky je tvořen soustavou rovnoběžných drátů (dvojrozměrný model). Dráty jsou zasazeny svisle v rozích čtverce o straně a a představují jednu buňku krystalové mřížky o mřížkové konstantě a .

Model umístíme do středu úhloměrné stupnice tak, aby spojnice nulových bodů této stupnice byla rovnoběžná s jednou dvojicí stran čtverce (model v základní poloze). Tyče jsou stále spřáhány táhly.

Tabulka 1

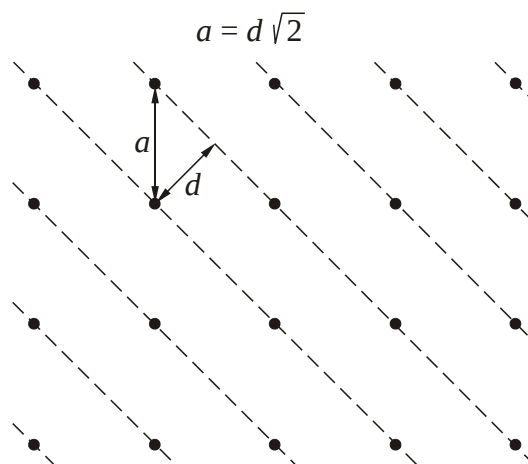
Model v základní poloze, $\lambda = \dots \text{ cm}$			
n	ϑ	$\sin \vartheta$	$d \text{ [cm]}$
1			
2			
3			
Model pootočen o 45°			
n	ϑ	$\sin \vartheta$	$d \text{ [cm]}$
1			
2			

Vysílací a přijímací anténu nastavíme do polohy asi 16° . Při menších úhlech už by anténa přijímala vlny přímo z vysílače. Úhly postupně zvětšujeme tak, že pohybujeme velmi pomalu oběma táhly současně a hledáme maxima příjmu po odrazu od drátů a interferenčním zesílení. Ke každé hodnotě přísluší podle Braggovy rovnice (4) celé číslo n (viz tabulka 1). Pro sousední polohy se čísla n liší o jednotku.

Pootočíme-li model o 45° , můžeme proměřovat odrazy na reflexních rovinách vyznačených na obr. 5. Nakonec změříme (přímo) mm měřítkem rozteč drátů modelu krystalové mřížky.

Pracovní úkol

- 1) Proved'te měření A až E.
- 2) Vyhodnoťte (doma).
- 3) Vlnové délky zjištěné při měření A a D porovnejte a rozhodněte, které měření je přesnější a proč. Přesnější hodnotu vlnové délky pak použijte pro vyhodnocení měření E.
- 4) U měření E vypočtete z naměřených úhlů vzdálenosti rovin d . Porovnejte je se skutečnou hodnotou změřenou na modelu měřítkem.



Obr. 5 Jiný systém rovin kubické mřížky